

Implementierung

- elliptische Kurven Arithmetik

$$P + Q \text{ auf } E$$

$$\underbrace{P + P + \dots + P}$$

$k \cdot P$ vorzugsweise mit

der Beschleunigung
 SQUARE-AND-MULTIPLY
 (hier: DOUBLE-AND-ADD)

- Eingabe

mehrere Varianten

a) wähle n, v probiere alle $|D|$,
 ob eine Primzahl p mit $u^2 + |D|v^2 = 4p$ existiert

b) wähle p , berechne $4p$, löse
 für alle $|D|$ die Gleichung

$$4p = u^2 + |D|v^2 \text{ nach } u, v$$

$$[\text{benutze } u^2 + |D|v^2 \equiv 0 \pmod{p}$$

$$\Rightarrow u^2 \equiv -|D|v^2 \pmod{p}$$

$$\Rightarrow \frac{u^2}{v^2} \equiv -|D| \pmod{p}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{u}{v}\right)^2 \equiv -|D| \pmod{p}$$

→ Quadratwurzel mod p]

c) wähle D , probiere Werte u, v so dass

$$u^2 + |D|v^2 \equiv 0 \pmod{4}$$

und $p = \frac{u^2 + |D|v^2}{4}$ eine Primzahl ist

$$\begin{array}{|l} 4p = 0 \\ \hline 4p = 0 \\ \hline 4p = 0 \end{array} \quad \begin{array}{|l} y^2 \pmod{p} \\ \hline 0 \\ \hline 1 \\ \hline 0 \end{array}$$

Quadratischer Nichtrest

→ zufälliges g wählen
 $0 \leq g \leq p-2$
 teste $g^{\frac{p-1}{2}} \equiv -1 \pmod{p}$
 falls nein
 return g , falls ja

Parameter a, b aus den Fällen

$$D = -3, D = -4, D \notin \{-3, -4\}$$

6 Kurven, 4 Kurven, 2 Kurven

$$|E| \in \{p+1+n, p+1-n, \dots\}$$

Zuordnen der Parameter zum richtigen $|E|$ -Wert:

- für mögliche $|E|$ -Werte teste

$$|E| \cdot p = \mathcal{O} \quad \text{für zufälligen Punkt } P \in E$$

- gibt es nur eine Kurve (a, b) mit dieser Eigenschaft, dann ist eine Zuordnung gefunden.

Zufälliger Punkt:

$$y^2 \equiv x^3 + ax + b \pmod{p}$$

x wählen, teste ob $x^3 + ax + b \pmod{p}$ ein Quadrat ist

$$(x^3 + ax + b)^{\frac{p-1}{2}} \equiv 1 \pmod{p}$$

danach Quadratwurzel aus

$$x^3 + ax + b \pmod{p}$$

→ y → Punkt $P = (x, y)$