



Informatik 2

6. Übung

Aufgabe 1 (Die Algebra $(\mathbf{R} \cup \{\infty\}, \min, +)$)

Sie haben in der Vorlesung die Algebra $(\mathbf{R} \cup \{\infty\}, \min, +)$ kennengelernt.

Zeigen Sie folgende Eigenschaften von \min durch Fallunterscheidungen $b < c$ und $b \geq c$.

a)

$$\min(a + b, a + c) = a + \min(b, c) \quad \forall a, b, c \in \mathbf{R} \cup \{\infty\}$$

b)

$$\frac{b + c - |b - c|}{2} = \min(b, c) \quad \forall b, c \in \mathbf{R}$$

c) Erstellen Sie eine zu b) analoge Formel für $\max(b, c)$ und beweisen Sie diese ebenso.

Aufgabe 2 (Beschleunigung der Matrizenmultiplikation)

Gegeben seien 2×2 – Matrizen A, B mit Einträgen $(a_{ij}), (b_{ij})$. Es gelte

$$C = A \cdot B$$

mit $C = (c_{ij})$.

Es seien weiterhin m_1, \dots, m_7 definiert als

$$m_1 := (a_{11} + a_{22})(b_{11} + b_{22})$$

$$m_2 := (a_{21} + a_{22})b_{11}$$

$$m_3 := a_{11}(b_{12} - b_{22})$$

$$m_4 := a_{22}(b_{21} - b_{11})$$

$$m_5 := (a_{11} + a_{12})b_{22}$$

$$m_6 := (a_{21} - a_{11})(b_{11} + b_{12})$$

$$m_7 := (a_{12} - a_{22})(b_{21} + b_{22})$$

a) Zeigen Sie, dass

$$c_{11} = m_1 + m_4 - m_5 + m_7$$

$$c_{12} = m_3 + m_5$$

$$c_{21} = m_2 + m_4$$

$$c_{22} = m_1 - m_2 + m_3 + m_6$$

- b) Wieviele Multiplikationen bzw. Additionen benötigt die herkömmliche Art der Matrizenmultiplikation, um C auszurechnen?
- c) Wieviele Multiplikationen bzw. Additionen werden mit Hilfe der m_i benötigt, um C auszurechnen?
- d) Um welchen Anteil muss demzufolge eine Multiplikationsoperation langsamer als eine Additionsoperation sein, damit diese Methode die Matrizenmultiplikation beschleunigt?
- e) (Ohne Bewertung:) ist Ihre in d) hergeleitete Bedingung auf einem handelsüblichen Pentium-System erfüllt?

Abgabe: Dienstag, 05.06.2007