



**Klausur Kryptographie, WPF Praktische Informatik**

**24.03.2003**

Name, Vorname	
Matrikelnummer	
Unterschrift	

- Tragen Sie bitte Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer ein und unterschreiben Sie auf dem Deckblatt.
- Geben Sie bei Ihrer Abgabe alle Aufgabenblätter zurück.
- Die zur Verfügung stehende Zeit beträgt 90 Minuten.
- Die Gesamtpunktzahl beträgt 80.
- Es sind *keine* Hilfsmittel erlaubt.

Aufgabe	1	2	3	4	$\Sigma$
max. Punkte	30	10	20	20	80
Punkte					

**Aufgabe 1 (Diffie–Hellmann Schlüsselaustausch) (10+15+5 P.)**

Alice und Bob benutzen den Diffie–Hellmann–Schlüsselaustausch mit der Primzahl  $p = 11$  und dem Erzeuger  $g = 2$ .

- a) Zeigen Sie, daß  $g = 2$  wirklich ein Erzeuger modulo 11 ist.
- b) Oscar lauscht an der Leitung und erfährt, daß Alice an Bob beim Schlüsselaustausch die Nachricht 9 und Bob an Alice die Nachricht 7 gesendet hat. Finden Sie mit Hilfe des Pohlig–Hellman–Verfahrens die geheime Zufallszahl von Alice und berechnen Sie daraus den gemeinsamen geheimen Schlüssel von Alice und Bob.
- c) Unter welcher Bedingung ist die Pohlig–Hellman–Attacke gegen den Diffie–Hellmann–Schlüsselaustausch erfolgreich? Auf welche Weise kann  $p$  erzeugt werden, um diese Attacke zu verhindern?

**Aufgabe 2 (RSA)**

**(10 P.)**

Sie haben den öffentlichen RSA-Schlüssel  $n = 21, e = 5$ .

Wie lautet der zugehörige private Schlüssel  $d$ ?

**Aufgabe 3 (ElGamal Signatur)**

**(10+10 P.)**

Der öffentliche ElGamal Signaturschlüssel von Alice sei  $p = 11, g = 2, y = 5$  und ihr geheimer Schlüssel sei  $a = 4$ .

- a) Welche ElGamal-Signatur berechnet Alice für die Nachricht  $m = 8$ , wenn sie als Zufallszahl  $k = 6$  wählt?

- b) Verifizieren Sie Alices Unterschrift.

**Aufgabe 4 (Hashfunktionen)****(5+5+5+5 P.)**

Gegeben sei  $m = 2^{160} + 1$ . Die Funktion

$$h : \mathbf{Z} \longrightarrow \mathbf{Z}, \quad x \mapsto 2^{158} \cdot x \bmod m$$

liefert dann für beliebig große Zahlen einen Output von 160 Bits.

Zeigen Sie:

$$\frac{1}{2^{158}} \equiv 2^{160} - 3 \pmod{m}.$$

Zeigen Sie nun in den Teilen a)–c): diese Funktion erfüllt keine der Voraussetzungen für sichere Hashfunktionen.

a) preimage-resistance: finden Sie ein Urbild  $x$  von  $y = 10$  im Bereich  $0 \leq x < m$

b) 2nd-preimage-resistance: finden Sie ein zweites Urbild  $x'$  mit  $h(x') = y$

c) collision-resistance: finden Sie zwei von  $x$  und  $x'$  verschiedene Werte  $w$  und  $w'$  mit  $h(w) = h(w')$  und  $w \neq w'$